

Domácí úkol ze cvičení 12 (k promyšlení):

1. Vypočítejte následující limity funkce, nebo ukažte, že funkce limitu a daném bodě nemají :

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$; c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + 1) \cdot (\log(n^2 - 4) - 2 \log n)$.

2. Vyšetřete existenci a hodnotu derivace funkce $f(x) = |\arctg x|$ a $g(x) = |\arctg^3 x|$ v bodě $x = 0$.
Dokážete výsledek zobecnit ?

3. Funkce f je definována :

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}, \text{ pokud } x \neq 0 \text{ a } f(0) = 0 .$$

Ukažte, že f je spojitá v R a dále zjistěte, pro která $x \in R$ existuje derivace, případně jednostranné derivace $f'_+(x)$ nebo $f'_-(x)$. Tyto derivace spočítejte.

4. Zkuste vyšetřit průběh aspoň jedné z funkcí

a) $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2$; b) $f(x) = \frac{|2x-1|}{(x-1)^2}$; c) $f(x) = |x|e^{-|x-1|}$ d) $f(x) = \arctg \left(\frac{x-1}{x+1} \right)$;

e) $f(x) = (x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$ (udělali jsme při prodloužení cvičení ve čtvrtek).

Návod: Najděte její definiční obor, vyšetřete, zda funkce je lichá nebo sudá, najděte průsečíky s osami, pokud existují, intervaly, kde je funkce kladná, resp. záporná, vyšetřete spojitost funkce f a limity v krajních bodech .

Vypočítejte první derivaci, vyšetřete monotonii, lokální a globální extrémy funkce f .

Vypočítejte druhou derivaci. Najděte intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp. konkávní.

Pokud má funkce f inflexní body, určete je.

Vyšetřete asymptoty grafu.

Načrtněte graf funkce f .