

## DOMÁCÍ TEST umění integrovat.

I. V následujících příkladech vždy najděte největší otevřený interval, kde existuje daný integrál a integrál pak vypočítejte.

1.  $\int \frac{\ln(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$  .

2.  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x+1} dx$

3.  $\int x e^{-x^2} dx$

4.  $\int \left( \frac{1}{\ln^2 x+1} + \frac{1}{x} + \frac{e^x-2}{e^{2x}-2e^x+2} \right) dx$

5.  $\int \left( \frac{1}{x^2} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{1}{(\sqrt{x}+2)(x+6\sqrt{x}+10)} \right) dx$

6.  $\int \left( \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} + \frac{2e^{2x}-5}{e^{2x}+4e^x+5} \right) dx$

7.  $\int \left( \frac{1}{x^3} \ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{2e^{2x}-5}{e^{2x}+4e^x+5} \right) dx$

8.  $\int \left( \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{7\sqrt{x}-4}{2x(x-2\sqrt{x}+2)} \right) dx$

## II. Aplikace určitého integrálu.

1. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti  $\omega$  kolem osy  $x$ , kde

$$\omega = \left\{ [x, y]; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \cos x \right\} .$$

2. Vypočítejte obsah rovinné oblasti, která je ohraničená grafy funkcí

$$y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{a} \quad y = x - 1 .$$

3. Vypočítejte obsah rovinné oblasti  $\omega$ , kde

$$\omega = \left\{ [x, y]; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \operatorname{arctg} \sqrt{x} \right\} .$$

Výpočet začněte substitucí  $\sqrt{x}$  .

4. Vypočítejte objem rotačního tělesa, jehož plášť vznikne rotací křivky  $y = \ln x$ ,  $1 \leq x \leq e$  kolem osy  $x$ .
5. Spočítejte obsah omezené rovinné oblasti, která je ohraničená grafy funkcí  $y = \frac{2}{x}$  a  $y = 3 - x$ .
6. Vypočítejte obsah rovinné oblasti  $\omega$ , která je ohraničená grafy funkcí  $y = x^2$  a  $y = \sin^2 x$  pro  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .
7. Vypočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací omezené rovinné oblasti  $\omega$ , která je ohraničená grafem funkce  $y = \ln x$ , tečnou k tomuto grafu v bodě  $[1, 0]$  a přímkou  $x = e$  kolem osy  $x$ .
8. Vypočítejte velikost obsahu rovinné oblasti, která je ohraničená křivkami  $y = x^2 - 2x - 1$  a  $y = 3 - x^2$ .
9. Vypočítejte obsah rovinné oblasti  $\omega$ , která je ohraničená grafem funkce  $y = \arcsin x$ , tečnou ke grafu této funkce v počátku a přímkou  $x = 1$ .