

Rozšíření MA1 - domácí úkol 4

Diferenciální počet funkcí dvou a tří proměnných 1.

I. Množiny v rovině a definiční obory reálných funkcí dvou proměnných:

1. V rovině načrtněte množiny ($[x, y]$ jsou kartézské souřadnice bodu v rovině):

- $M_1 = \{ [x, y]; -2 < x^2 - y < 3 \}$;
- $M_2 = \left\{ [x, y]; -1 < \frac{y}{x+1} \leq 1 \right\}$;
- $M_3 = \{ [x, y]; x^2 + y^2 \leq 4 \wedge x + y \geq 0 \}$.

U každé z daných množin rozhodněte (a odůvodněte), zda je to množina otevřená, uzavřená, omezená, nebo třeba kompaktní. Popište hranice těchto množin.

2. Najděte a v rovině (s k.s.s.) načrtněte definiční obor funkce

- $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y + 1}$;
- $f(x, y) = \sqrt{y \ln x}$
- $f(x, y) = \ln(xy)$ nebo $f(x, y) = \ln(xy - 1)$.

II. Limita a spojitost funkce:

1. Je dána funkce

- $f(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ (zde $\exp(x) = e^x$);
- $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$;
- $f(x, y) = \ln(y - x^2)$.

Najděte a načrtněte její definiční obor, vyšetřete spojitost funkce f v definičním oboru. Zkuste si představit graf funkce f u funkcí v a) a b).

2. Vyšetřete spojitost funkcí z příkladu 2. v jejich definičních oborech.

III. „Mechanické“ derivování:

Vypočítejte parciální derivace 1. a 2. řádu všude, kde existují, funkcí:

- $f(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{x}$; $f(x, y) = e^{x^2-y}$; $f(x, y) = e^{x^2y}$; $f(x, y) = \ln(xy - 1)$; $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x-y}$
- $f(x, y, z) = \sqrt{z - x^2 - y^2}$; d*) $f(x, y, z) = x^{\left(\frac{y}{z}\right)}$.