

Matematika A2 - „domácí“ cvičení

Lineární diferenciální rovnice 2.řádu s konstantními koeficienty .

1. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice

a) $y'' + 3y' - 4y = 0$

b) $y'' + 6y' + 9y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

2. Najděte řešení diferenciální rovnice, které splňuje dané počáteční podmínky:

a) $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$;

b) $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

3. Najděte řešení diferenciální rovnice $y'' - y' - 2y = f(x)$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ a kde pravá strana $f(x)$ je

(i) $f(x) = e^{2x}$ a (ii) $f(x) = -4x$.

(K řešení nehomogenní rovnice užíjte metodu variace konstant.)

4. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice (k nalezení partikulární řešení užíjte metodu odhadu):

a) $y'' - y' - 2y = f(x)$, kde $f(x) =: -4x; 3e^x; e^{2x}; xe^{-2x}; \cos 2x$;

b) $y'' - y' = f(x)$, kde $f(x) =: 8\sin 2x; e^x \sin x$;

c) $y'' - 2y' + 5y = f(x)$, kde $f(x) =: 2x; e^{-x} \cos x; e^x \sin 2x$.

5. Najděte řešení diferenciální rovnice

a) $y'' - 3y' = 6x - 5 + 18e^{-3x}$,

které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

b) $y'' + 4y = 16e^{-2x} - 8\sin 2x$,

které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 3$, $y'(0) = -4$.

(K nalezení partikulárního řešení užíjte metodu odhadu.)

6*. Najděte řešení diferenciální rovnice $x'' + 2lx' + \omega^2 x = \sin(\Omega t)$,

($\omega, \Omega > 0$, $l \geq 0$), které splňuje počáteční podmínky $x(0) = x_0$, $x'(0) = v_0$.