

„1. domácí test“ z MAI 2

1. Na intervalu $(0, \pi)$ najděte primitivní funkci k funkci

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{3 + \cos 2x} . \quad (6 \text{ bodů})$$

nebo

1. Na maximálním možném intervalu najděte primitivní funkci k funkci

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2+x-x^2}} . \quad (6 \text{ bodů})$$

2. a) Definujte Riemannův integrál $\int_a^b f(x) dx$ ($a < b$, $a, b \in \mathbb{R}$) a uveďte nutnou podmínku a některou z postačujících podmínek riemannovské integrovatelnosti funkce f v intervalu $[a, b]$. (2 body)

b) Vypočítejte integrál $\int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$. Je tento integrál Riemannův nebo Newtonův? (4 body)

3. Vypočítejte obsah omezené rovinné oblasti, která je ohraničená osou x , přímkou $x = a$, $a > 0$ a grafem funkce

$$f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2}) . \quad (6 \text{ bodů})$$

4. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy x , je-li

$$\omega = \{ [x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x \} . \quad (6 \text{ bodů})$$

5. Určete délku grafu funkce

$$f(x) = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1, 1] . \quad (6 \text{ bodů})$$