

MAI 2 - domácí úkol ze cvičení 3:

Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkci (z každé skupiny integrálů v příkladech 1., 2., 3. vypočítejte, prosím, aspoň jeden).

1. „První“ substituce (z každé skupiny integrálů vypočítejte, prosím, aspoň jeden):

a) $\int x^2 \cos x^3 dx$; $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$; $\int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+8}} dx$;

b) $\int \frac{\cos x}{\sin x+3} dx$; $\int \frac{1}{(1+\sqrt{x})\sqrt{x}} dx$; $\int \operatorname{tg} x dx$; $\int \frac{1}{1+\operatorname{tg} x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$;

c) $\int \frac{\log^2 x}{x} dx$; $\int \frac{1}{x} \sqrt{1-\log x} dx$; $\int \frac{\log x}{x(1+\log^2 x)} dx$;

d) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x+2} dx$; $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1+\cos^4 x} dx$; $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{2\sin^2 x+3\cos^2 x} dx$.

2. „Druhá“ substituce :

$$\int \frac{1}{x-3\sqrt{x}+9} dx \quad (\sqrt{x}=t) ; \quad (\text{a nebo hezčí příklad}) \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad (x=\sinh t (= \frac{e^t - e^{-t}}{2})).$$

3. Substituce + per partes :

$$\int x^2 \log(1-x^3) dx ; \int \frac{1}{x^3} \cdot e^{\frac{1}{x}} dx ; \int e^{\sqrt{x}} dx ; \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx ; \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx ; \int \arcsin^2 x dx .$$

4. Per partes + substituce:

$$\int \arcsin^2 x dx ; \int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx ; \int \log(x+\sqrt{1+x^2}) dx .$$

5. Integrace parciálních zlomků (zkuste dobrovolně jako přípravu na cvičení 4):

$$\int \frac{1}{x^2-4x+5} dx ; \int \frac{3}{x^2-4x+8} dx ; \int \frac{2x-4}{x^2-4x+8} dx ; \int \frac{x-2}{x^2+4x+5} dx .$$