

Domácí úkol ze cvičení 6:

1. Dokažte z definice, že

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n = 0$;

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty$.

2. Dokažte následující tvrzení :

Posloupnost $\{a_n\}$ je konvergentní \Rightarrow posloupnost $\{a_n\}$ je omezená .

3. Necht' $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ a $b_n = (-1)^n a_n$. Vyšetřete existenci $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ (užití tvrzení o limitě vybrané posloupnosti).

4. Rozhodněte, zda platí následující tvrzení (a dokažte, že platí nebo opravte tak, aby tvrzení platilo) :

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = a$;

b) Necht' $\{a_n\}$ a $\{b_n\}$ jsou konvergentní posloupnosti a necht' $\exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 : a_n < b_n$,
pak $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \Rightarrow \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 : a_n < b_n$.