Domácí úkol ze cvičení 9:

1. Z definice exponenciální funkce a funkce sinus jako součtu nekonečných řad

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!},\ x \in R \quad \text{a} \quad \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R$$

ukažte, že $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ a $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

2. Užitím definice limity funkce ukažte:

a) $\lim\limits_{x \to 2+} \sqrt{x-2} = 0$; b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$; c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$.

3. Vypočítejte limity , nebo ukažte, že neexistují :

a) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{-1}{(x+3)^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-1}{(x+3)^2}$; $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^2+1}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^2+1}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2+3x+2}{1-x^2}$; $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+4x-5}{(x-1)^2}$;

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x}{3-x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^3}{3-x^2}$;

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.