

Domácí úkol ze cvičení 7:

1. Vyšetřete absolutní, případně neabsolutní konvergenci řady:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+1}$; d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$.

2. V závislosti na parametru $a \in R$ vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{1+a^n}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} (a-2)^n$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{a^{2n+1}}{2n+1}$.

3. Vyšetřete konvergenci řady

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$; b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$.

A chcete-li, navíc:

4. Vyšetřete absolutní, případně neabsolutní konvergenci řady: $1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{2}{9} + \dots$

5. Ukažte, že alternující řada $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + (-1)^n}$ konverguje neabsolutně, i když posloupnost $\left\{ \frac{1}{n + (-1)^n} \right\}$ není monotónní.

6. Ukažte, že alternující řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}-1} - \frac{1}{\sqrt{n}+1} + \dots$$

diverguje, i když $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.