

Domácí úkol ze cvičení 10:

1. Vypočítejte následující jednoduché limity funkce (užití aritmetiky limit, věty o limitě složené funkce, věty o „dvou strážnících“, základních limit a limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$), nebo ukažte, že funkce limitu a daném bodě nemají :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$; $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1)$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$;

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\log(1-x^2)}$; $\lim_{n \rightarrow \infty} n \log(1 - \frac{2}{n})$, $n \in \mathbb{N}$;

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \exp\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow -1} \exp\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2 + \sin x)$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \cos x)$;

2. Vyšetřete, zda lze v bodě $a = 0$ spojitě dodefinovat (a lze-li, tak dodefinujte) funkci f , která je pro $x \neq 0$ dána předpisem $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$.

3. A pokuste se (bez užití l'Hospitalova pravidla) ukázat , že $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = \infty$, $n \in \mathbb{N}$.