

MAI 1 - domácí úkol ze cvičení 9:

1. Zopakujte si „tabulku derivací“ elementárních funkcí a pokuste se o odvození aspoň některé z derivací funkcí

$$x^n, \sqrt{x}, \frac{1}{x}, \sin x, \cos x.$$

2. Pokuste se o odvození aspoň některého ze vzorců pro derivování

$$cf(x), c \in \mathbb{R}; f(x) + g(x); f(x) \cdot g(x); \frac{f(x)}{g(x)}; \text{složené funkce } f(g(x)) \text{ a inverzní funkce } f^{-1}(x).$$

A několik dalších příkladů k procvičení počítání derivace funkce (pokud to potřebujete):

Určete definiční obory a obory, kde existují derivace následujících funkcí a tyto derivace vypočítejte :

1. $f(x) = e^{-x^2} \cdot \cos^3(2x);$

2. $f(x) = x^2 \ln(\operatorname{arctg} 2x);$

3. $f(x) = \frac{3}{(x^2 - 1)^2};$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \operatorname{arctg}(\sin 2x)$

5. $f(x) = \sqrt{x} \sin(\sqrt{x})$ a vypočítejte i derivaci v bodě $x = 0$ zprava ;

6. $f(x) = \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x.$

Výpočet limit funkcí užitím l' Hospitalova pravidla:

Vyberte si a vypočítejte některé z limit:

a) limity „ $\frac{0}{0}$ “ nebo „ $\frac{\infty}{\infty}$ “ :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(2+3x^3)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin 2x)}{\ln(\sin x)};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{\sin x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

b) limity „ $0 \cdot \infty$ “ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln x \quad (a > 0); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 - \frac{2}{x}\right); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \arcsin \frac{1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x.$$

c) limity „ $\infty - \infty$ “ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{\sin x} \right); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x).$$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^{x^2}.$