

MA1 – cvičení**Cyklometrické funkce – několik příkladů.**

1. Ukažte, že funkce $\arcsin(x)$ i $\operatorname{arctg}(x)$ jsou funkce liché.

2. Určete hodnoty: (i) $\arcsin(0)$; $\arcsin(\frac{1}{2})$; $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2})$; $\arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2})$; $\arcsin(1)$;
(ii) $\operatorname{arctg}(0)$; $\operatorname{arctg}(1)$; $\operatorname{arctg}(\sqrt{3})$; $\operatorname{arctg}(-1)$; $\operatorname{arctg}(-\frac{\sqrt{3}}{3})$.

3. Najděte definiční obory funkcí:

$$f(x) = : \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right); \sqrt{x} \operatorname{arctg}\sqrt{x}; \arcsin\left(\frac{1-x}{1+x}\right); \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right);$$

a pokuste se načrtnout grafy funkcí

$$f(x) = |\operatorname{arctg} x|; f(x) = |\arcsin x|; f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right); f(x) = \arcsin(x-1); f(x) = \pi - \arcsin(x).$$

4. a) Ukažte, že k funkci $f(x) = \cos(x)$ existuje v intervalu $[0, \pi]$ funkce inverzní. Tato inverzní funkce se nazývá arkuskosinus a značí se $f^{-1}(x) = \arccos(x)$. Vyšetřete její vlastnosti, zkuste určit některé hodnoty a načrtněte graf.

b) Ukažte totéž i pro funkci $f(x) = \cot g(x)$, $x \in [0, \pi]$ ($f^{-1}(x) = \operatorname{arc} \cot g(x)$)

5. (*) Ukažte, že platí: $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$, $x \in [-1, 1]$.